

PEC 또는 PMC 영역을 포함하는 불균일 임피던스 매질의 산란 해석을 위한 수정된 SDIE MLFMM 방법

Modified SDIE MLFMM Method for Inhomogeneous Impedance Material Containing PEC or PMC Region

이 현 수 · 고 일 석 · 유 지 희*

Hyunsoo Lee · Il-Suek Koh · Ji Hee Yoo*

요 약

산란과 감소 등의 목적으로 PEC 상에 코팅된 매질은 임피던스 경계조건을 사용하여 효과적으로 모델링되며, Yan이 제안한 SDIE 방법을 이용하여 임피던스 경계조건 MLFMM 방법을 쉽게 구현할 수 있다. SDIE MLFMM 방법은 매질의 임피던스가 불균일한 경우에도 적용될 수 있으나, PEC 또는 PMC 영역을 포함할 경우에는 결과가 부정확해질 수 있다. 본 논문에서는 Yan의 SDIE MLFMM 방법을 변형하여 PEC 또는 PMC 영역을 포함하는 불균일 임피던스 매질을 효율적으로 해석할 수 있는 방법을 제안하고, 그 정확도를 시뮬레이션으로 검증한다.

Abstract

A coated perfect electric conductor(PEC) interface to reduce scattered fields can be efficiently modeled by using the impedance boundary condition. The self-dual integral equation(SDIE) proposed by Yan et al. may be an efficient multi-level fast multipole method (MLFMM) formulation for the impedance object. This equation can be applied to an inhomogeneous impedance material, but its accuracy can be degenerated when the material contains a PEC or perfect magnetic conductor(PMC) region. In this paper, we modify the original SDIE formulation for an inhomogeneous object containing a PEC or PMC region and numerically verify its accuracy.

Key words: Inhomogeneous, IBC, MLFMM, Scattering

I. 서 론

MoM(Method of Moments) 방법을 확장한 MLFMM(Multi-Level Fast Multipole Method) 방법은 산란계산에 널리 사용되고 있다. 산란과 감소를 위하여 PEC 표면에 코팅된 매질은 임피던스 경계조건(impedance boundary condition: IBC),

식 (1)을 사용하여 모델링되며^[1], 다음과 같이 전류(electric current), \vec{J} 와 자류(magnetic current), \vec{M} 로 표현된다.

$$\hat{n} \times \vec{E} = \eta Z_0 \hat{n} \times \vec{H}, \quad \vec{M} = \eta Z_0 \vec{J} \times \hat{n} \quad (1)$$

여기서 η 는 매질의 정규화된 임피던스, Z_0 는 자유공간의

「이 연구는 국방과학연구소의 연구비 지원으로 수행되었음(계약번호: UD170004FD).」

인하대학교 전자공학과(Department of Electronic Engineering, Inha University)

*국방과학연구소(Agency for Defense Development) 3기술연구본부 표적정보기술부

· Manuscript received August 17, 2018 ; Revised October 2, 2018 ; Accepted October 8, 2018. (ID No. 20180817-085)

· Corresponding Author: Il-Suek Koh (e-mail: ikoh@inha.ac.kr)

특성임피던스, \hat{n} 은 산란체 표면의 법선벡터이다.

식 (1)에 보듯이 MoM 과정에서 전류를 div-conforming 함수로 근사하면, 자류는 curl-conforming 함수가 된다. 그러므로 div-conforming 기저함수로 임피던스 방정식을 이산화(discretization)하는 것은 매우 어렵다^{[2][3]}. 이의 해결책으로 자류와 전류를 모두 div-conforming 함수로 근사하는 방법이 Yan과 Collino 등에 의해 제안되었다^{[4][5]}. Yan의 방법은 II장에 상세히 기술되어 있다. Collino의 방법은 EIFE와 MFIE를 선형 결합한 CFIE(Combined Field Integral Equation)에 기반을 둔 수렴성이 향상되나, 매 반복에 2번의 역행렬 계산이 필요하다.

이 중에서 Yan이 제시한 불균일 매질에 관한 SDIE (Self-Dual Integral Equation) 방법은 자류와 전류를 독립적인 변수로 가정하고, 식 (1)을 외부에서 강제하여 대규모 임피던스 물체를 해석하였다. 그러나 매질의 임피던스가 PEC 또는 PMC(Perfect Magnetic Conductor)에 가까워지면 제안된 방법의 정확도가 부정확해지고, PEC 또는 PMC를 직접 다룰 수 없는 단점이 존재한다. Collino의 방법 또한 PMC가 존재하는 경우 사용 가능하지 않다. II장에서는 논문에서는 매질의 임피던스가 PEC 또는 PMC가 존재하여도 Yan의 SDIE 공식을 성립하도록 수정하고, III장에서는 그 결과를 시뮬레이션으로 검증한다.

II. SDIE 수식 유도

임의의 표면 위 EFIE(Electric Field Integral Equation)와 MFIE(Magnetic Field Integral Equation)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \hat{n} \times \vec{E}^{inc} \\ Z_0 \hat{n} \times \vec{H}^{inc} \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} \vec{J} \\ \vec{M} \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$Z = \begin{bmatrix} jk_0 \hat{n} \times L & \hat{n} \times K_{PV} - I/2 \\ -\hat{n} \times K_{PV} + I/2 & jk_0 \hat{n} \times L \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$L(\vec{X}) = \left(1 + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \cdot\right) \int_{S'} \{ \vec{X}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') \} dS' \quad (3)$$

$$K_{PV}(\vec{X}) = \nabla \times \int_{S' - \delta S'} \{ \vec{X}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') \} dS' \quad (4)$$

$$I(\vec{X}) = \vec{X} \quad (5)$$

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \exp(-jk_0 |\vec{r} - \vec{r}'|) / (4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (6)$$

여기서, PV와 inc 는 각각 코시 주요값(Cauchy principal value)과 입사파를 의미한다. 식 (2)에 IBC를 적용하기 위해 식 (1)을 식 (7)로 변경 후, 식 (2a)와 중첩하면 식 (2b)는 식 (8)로 바뀐다. 식 (8)이 Yan이 제시한 SDIE 방법이다. 하지만 매질의 임피던스가 PEC($\eta \rightarrow 0$) 또는 PMC($\eta \rightarrow \infty$)인 경우, 식 (8)을 직접 계산할 수가 없다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\eta} \hat{n} \times I & I/\sqrt{\eta} \\ -\sqrt{\eta} I & (\hat{n} \times I)/\sqrt{\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \vec{J} \\ \vec{M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$Z = \begin{bmatrix} jk_0 \hat{n} \times L + \sqrt{\eta} \hat{n} \times I & \hat{n} \times K_{PV} - I/2 + I/\sqrt{\eta} \\ -\hat{n} \times K_{PV} + I/2 - \sqrt{\eta} I & jk_0 \hat{n} \times L + (\hat{n} \times I)/\sqrt{\eta} \end{bmatrix} \quad (8)$$

대안으로 0이 아닌 매우 작은 값 또는 ∞ 가 아닌 매우 큰 값을 사용하면 그 결과는 부정확해지고, 해의 수렴성도 나빠진다. 따라서 매질이 PEC에 가까울 경우에는 IBC 식 (1)을 식 (9)로 변경하면, 식 (10)의 Z 행렬을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \hat{n} \times I & I \\ -\eta I & \hat{n} \times I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \vec{J} \\ \vec{M} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Z = \begin{bmatrix} jk_0 \hat{n} \times L + \eta \hat{n} \times I & \hat{n} \times K_{PV} + I/2 \\ -\hat{n} \times K_{PV} + I/2 - \eta I & jk_0 \hat{n} \times L + \hat{n} \times I \end{bmatrix} \quad (10)$$

반면에 매질이 PMC에 가까울 경우에는 IBC 식 (1)을 식 (11)과 같이 변경하면, 식 (12)의 Z 행렬을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{n} \times I & I/\eta \\ -I & (\hat{n} \times I)/\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \vec{J} \\ \vec{M} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$Z = \begin{bmatrix} jk_0 \hat{n} \times L + \hat{n} \times I & \hat{n} \times K_{PV} - I/2 + I/\eta \\ -\hat{n} \times K_{PV} - I/2 & jk_0 \hat{n} \times L + (\hat{n} \times I)/\eta \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (10)과 (12)는 식 (8)과 달리, 매우 작은 또는 큰 η 인 경우에도 수치적으로 안정된 값을 갖는다. 따라서 매질의 임피던스 분포가 $\eta = 0$ 을 포함하거나 그 근방에 분포하면 식 (10)을, 그렇지 않을 경우에는 식 (11)의 Z 행렬을

사용한다.

III. 수치 결과

그림 1은 윗면의 반지름이 1.33λ 이고, 아랫면의 반지름이 6.66λ 이고, 높이가 10λ 인 원뿔에 관한 시뮬레이션 결과이다. 아랫면으로부터 3.33λ 까지는 PEC 영역이고, 나머지는 $\eta = 0.2954 + j0.0254$ 인 임피던스 영역이다. 입사각은 $\theta = 0^\circ$ 와 $\phi = 0^\circ$ 이고, 편파는 $v-pol.$ 이다. 관측각은 $\phi = 0^\circ$, $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ 이다. 그림 1(a)와 (b)는 각각 제안된 방법으로 계산된 원뿔 표면에 여기되는 전류와 자류 분포를 보여주고, 그림 1(c)와 1(d)는 각각 Yan의 방법에 의해 계산된 결과들을 나타낸다. 그림 1(b)와 1(d)에서 PEC 영역의 자류는 0이 된다. 그림 2(a)와 (b)는 각각 co-pol. RCS(radar cross section)와 수렴곡선을 보여준다. Yan의 SDIE 방법에서 PEC 영역은 매우 적은 임피던스값,

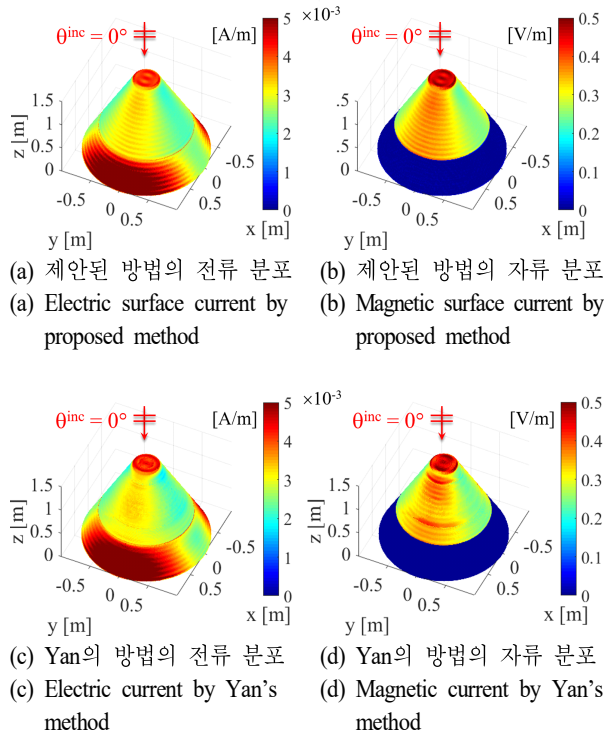


그림 1. PEC 영역을 포함하는 임피던스 매질의 원뿔에 IBC-MFLMM 해석결과

Fig. 1. IBC-MLFMM simulation for impedance cone containing PEC region.

$\eta = 10^{-4}$ 를 사용하였다. 그리고 상용 소프트웨어 FEKO를 사용하여 RCS 결과를 검증하였다. 임피던스 매질인 경우 수치해가 언제나 정확하지 않아, 보다 안정된 결과를 얻기 위해 FEKO 시뮬레이션인 경우 임피던스 부분을 유전체로 치환하였다. 이때, 유전율은 $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1/\eta^2 = 11.21 - j1.94$ 로 계산된다. 유전율의 크기가 매우 크므로 임피던스 근사가 매우 정확하다^[1]. 그림 2(a)와 (b)에서

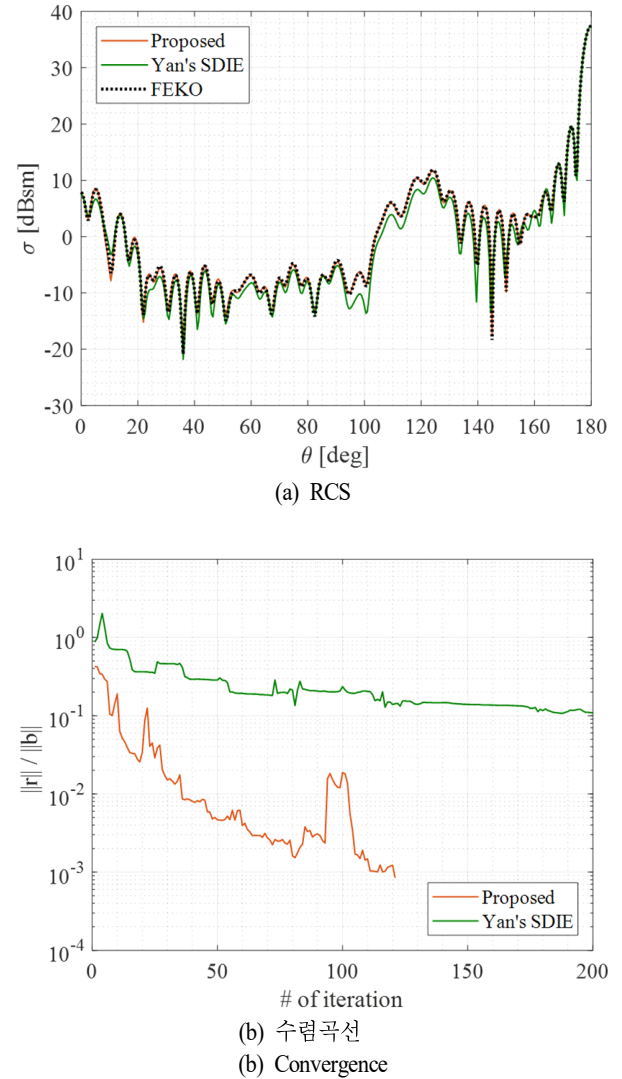


그림 2. PEC 영역을 포함하는 임피던스 매질의 원뿔에 IBC-MFLMM 해석결과

Fig. 2. IBC-MLFMM simulation for impedance cone containing PEC region.

보듯이 제안된 방법이 Yan 방법에 비해 FEKO의 결과와 보다 정확하게 일치하고 수렴성 또한 향상됨을 알 수 있다.

그림 3은 그림 1과 형상, 입사각, 그리고 관측각이 동일하고, 매질은 아랫면으로부터 3.33λ 까지는 PMC 영역이고, 나머지는 $\eta = 2$ 인 임피던스 영역이다. PMC가 존재하는 경우는 FEKO를 이용해도 정확한 수치해를 구할 수 없어 전류분포를 비교하였다. 그림 3(a)와 (b)는 각각 제안된 방법에 의해 계산된 원뿔 표면에 여기되는 전류와 자류 분포이고, 그림 3(c)와 (d)는 각각 Yan의 방법에 의해 계산된 전류와 자류 분포를 보여준다. 그림 3(a)와 3(c)에서 PMC 영역의 전류는 0이 된다. 그림 4(a)와 (b)는 각각 RCS와 수렴곡선을 나타낸다. Yan의 SDIE 방법에서 PMC 영역은 매우 큰 임피던스 값, $\eta = 10^4$ 를 사용하였다. 그림 2(b)와 4(b)에서 보듯이, PEC 또는 PMC 영역이 포함될 경우에는 기존 SDIE 방법의 수렴성이 매우 나빠져, 전류분포의 정확도가 낮아지고, 그림 2(a)와 4(a)에서

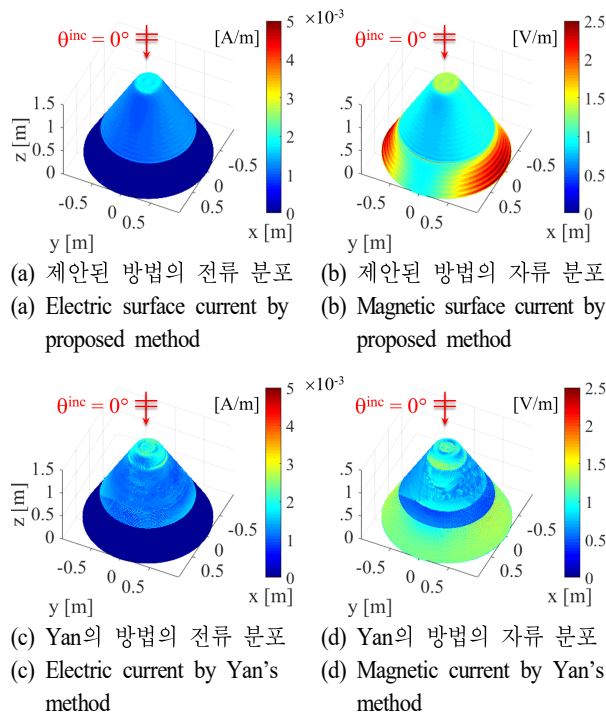


그림 3. PMC 영역을 포함하는 임피던스 매질의 원뿔에 IBC-MFLMM 해석결과

Fig. 3. IBC-MLFMM simulation for impedance cone containing PMC region.

보듯이 RCS에서 보다 큰 차이를 보인다.

보다 복잡한 물체를 고려하기 위하여, 그림 5(a)와 같은 영역마다 다른 임피던스를 갖는 잠수함 모형의 산란을 계산하였다. 잠수함 모형의 전기적 길이는 11.3λ 이고, $\eta = 0$ 인 PEC 부분을 포함하고 있다. 입사각은 $\theta = 60^\circ$ 와 $\phi = 0^\circ$ 이고, 편파는 $h-pol.$ 이다. 관측각은 $\phi = 0^\circ$, $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ 이다. 그림 5(b)와 (c)는 각각 제안된 방법에 의하여 잠수함 표면에 여기되는 전류와 자류 분포를

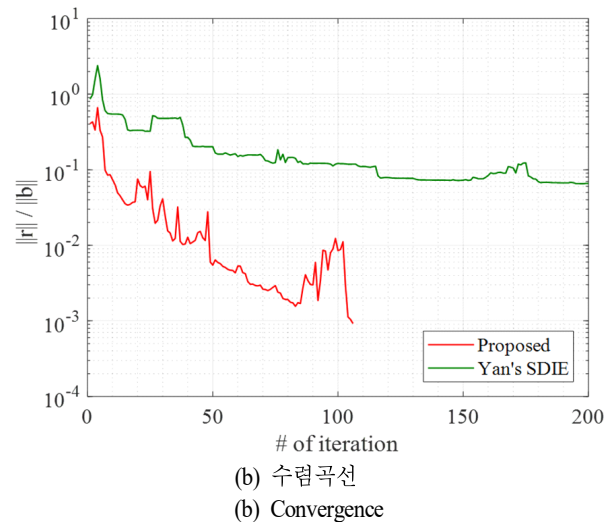
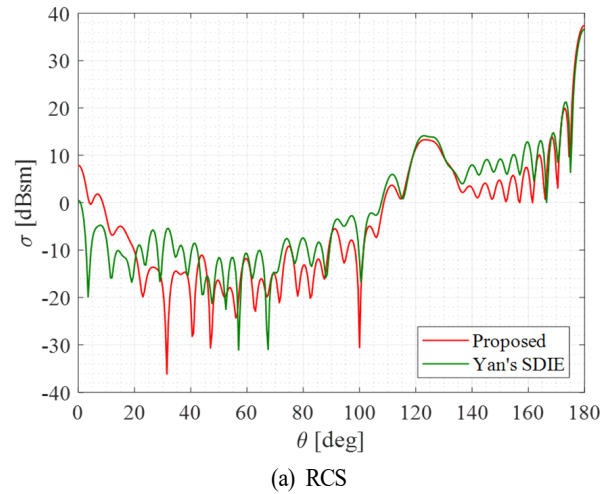
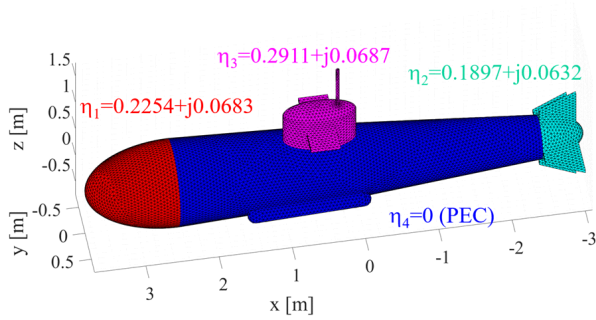
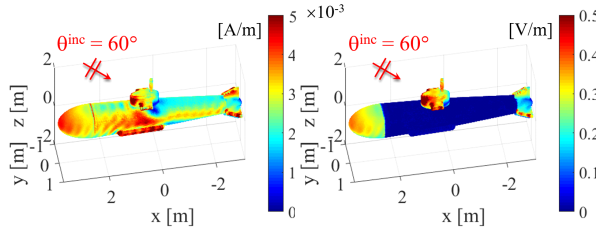


그림 4. PMC 영역을 포함하는 임피던스 매질의 원뿔에 IBC-MFLMM 해석결과

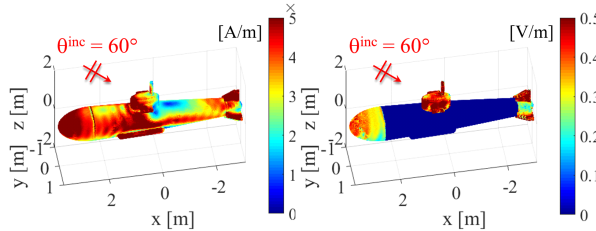
Fig. 4. IBC-MLFMM simulation for impedance cone containing PMC region.



(a) 잠수함 모델의 형상과 불균일 임피던스 매질
(a) Geometry for submarine model and its inhomogeneous impedance material



(b) 제안된 방법의 전류 분포 (b) Electric surface current by proposed method
(c) 제안된 방법의 자류 분포 (c) Magnetic surface current by proposed method

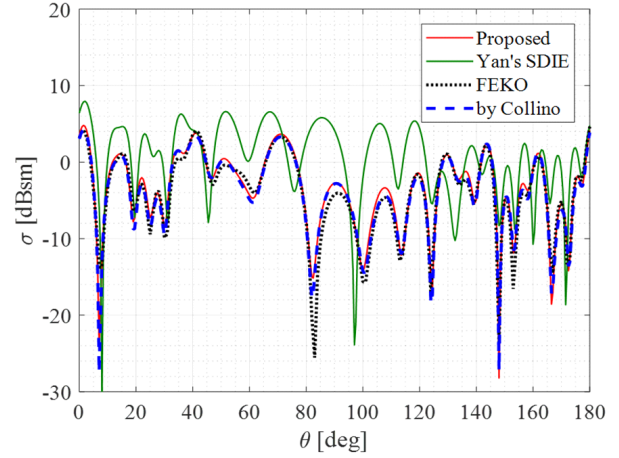


(d) Yan의 방법의 전류 분포 (d) Electric current by Yan's method
(e) Yan의 방법의 자류 분포 (e) Magnetic current by Yan's method

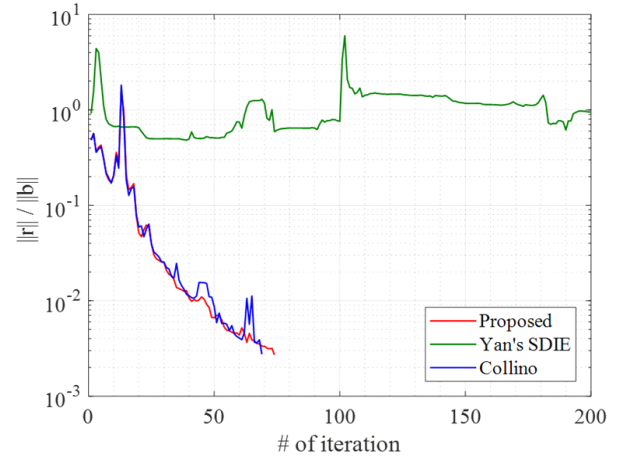
그림 5. 다양한 임피던스 값을 갖는 잠수함 모형의 IBC-MLFMM 해석결과

Fig. 5. Inhomogeneous impedance submarine model.

보여준다. 그림 5(d)와 5(e)는 각각 Yan의 방법에 의해 계산된 결과들을 나타낸다. 그림 6(a)와 6(b)는 각각 RCS와 수렴곡선이며, FEKO의 결과와 추가적으로 교차검증을 위하여 Collino 방법^[5]의 결과를 함께 비교하였다. PEC 매질이 존재하는 경우, Collino 방법은 Yan의 방법의 문제가 없어, 검증에 사용할 수 있다. 원뿔의 경우와 마찬가지로



(a) RCS



(b) 수렴곡선
(b) Convergence plot

그림 6. 잠수함 모형의 IBC-MLFMM 해석결과

Fig. 6. IBC-MLFMM simulation results for inhomogeneous impedance submarine model.

로, FEKO에서 임피던스 매질은 유전체로 근사하여 해석하였고, 상대 유전율은 $\epsilon_{r1} = 15 - j10$, $\epsilon_{r2} = 20 - j15$, 그리고 $\epsilon_{r3} = 10 - j5$ 로 계산된다. 제안된 방법, Collino 그리고 FEKO 결과가 매우 비슷하여, 제안된 방법의 정확도가 높음을 알 수 있다.

IV. 결 론

기존의 SDIE MLFMM 방법을 PEC 또는 PMC 영역을

포함하는 불균일 물질의 산란특성을 정확하게 해석할 수 있도록 수정하였다. 임피던스 매질인 경우, 수치해의 정확성을 담보할 수 없어, 유전체 결과 및 Collino가 제안한 다른 임피던스 공식 결과와 비교하여 제안된 방법의 정확성을 수치적으로 검증하였다. 그리고 제안된 방법이 기존 공식에 비해 수렴성 또한 향상됨을 보였다.

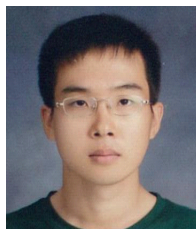
References

- [1] T. B. A. Senior, J. L. Volakis, *Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics*, IEE, 1995.
- [2] P. Yla-Oijala, S. Kiminki, and S. Jarvenpaa, "Solving IBC-CFIE with dual basis function," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 12, pp. 3997-4004,

Dec. 2010.

- [3] W. Li, W. Hong, H. Zhou, and Z. Song, "Novel buff-christiansen functions for improving CFIE with impedance boundary condition," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 60, pp. 3763-3771, Aug. 2012.
- [4] S. Yan, J. Jin, "Self-dual integral equations for electromagnetic scattering from IBC objects," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 11, pp. 5533-5546, 2013.
- [5] F. Collino, F. Millot, and S. Pernet, "Boundary-integral methods for iterative solution of scattering problems with variable impedance surface condition," *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 80, pp. 1-28, 2008.

이 현 수 [인하대학교/박사과정]



2012년 8월: 인하대학교 전자공학과 (공학사)
 2014년 8월: 인하대학교 전자공학과 (공학석사)
 2014년 9월~현재: 인하대학교 전자공학과 박사과정
 [주 관심분야] 전자파 수치해석

유 지 희 [국방과학연구소/책임연구원]



1997년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학사)
 1999년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)
 1999년 3월~현재: 국방과학연구소 책임연구원
 [주 관심분야] 레이더 표적특성 분석, 레이더 표적식별

고 일 석 [인하대학교/교수]



1992년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학사)
 1994년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학석사)
 1996년 4월: LG전자 연구원
 2004년 3월~2010년 3월: 인하대학교 정보통신대학원 교수

2010년 4월~현재: 인하대학교 전자공학과 교수

[주 관심분야] Theoretical Electromagnetics, Numerical Analysis, Wave Propagation through Complex Media